# PENDEKATAN LINEAR PROGRAMMING UNTUK PERSOALAN PEMOTONGAN STOK (POLA PEMOTONGAN SATU DIMENSI)

**M. Tutuk Safirin dan Sartin**
Jurusan Teknik Industri
Universitas Pembangunan Nasional "Veteran" Jawa Timur
Email : tindustri@upnjatim.ac.id

**ABSTRACT**

In this study, one-dimensional cutting pattern is discussed. This includes fulfilling demands for some items with different lengths by cutting some stocks of standard length available. In this problem, the patterns – the way the standard length is cut – is obtained in such an optimal ways that the trim loss becomes as minimum as possible. The decision variables are the amount of the standard lengths cut according to certain patterns. Then the problem is formulated into a linear programming model. Due to very large number of the variables and restriction to integers, the problem is the type of large scale linear integer programming. For simplicity, restriction to integer is dropped. Then the very large number of the variables is handled by considering only the favorable cutting patterns; list of all possible ways in which a standard stock may be cut is not needed. The favorable cutting pattern is then generated by using column generation technique by solving auxiliary problem in the form of a knapsack problem. The integer optimal solution is obtained by rounding it upward.

***Keywords: column generation, cutting-stock, knapsack***

## PENDAHULUAN

Perusahaan kayu umumnya menghasilkan batangan kayu dengan panjang standar 7m. Pesanan khusus dengan panjang yang berbedabeda dipenuhi dengan memotong panjang standar. Contoh suatu pesanan khusus yang bias berubah setiap kali datang pesanan ditunjukkan dalam Tabel 1.

Dalam praktek suatu pesanan dipenuhi dengan menyetel pisau pemotong sesuai dengan panjang yang diminta. Biasanya, untuk memenuhi pesanan terdapat beberapa cara atau pola pemotongan panjang standar. Gambar 1 menunjukkan tiga macam pola pemotongan yang mungkin dilakukan pada suatu pesanan.

Meskipun terdapat pola pemotongan yang lain, sebagai contoh dibatasi untuk Pola A, B, dan C. Untuk memenuhi pesanan dengan panjang 1,5, 2, dan 3 m, ketiga pola diatas dapat dikombinasikan sedemikian cara. Berikut adalah dua contoh kombinasi yang layak digunakan: 1. Potong panjang standar sebanyak 5 batang dengan mengunakan Pola A dan 15 batang dengan Pola C, serta 2. Potong panjang standar sebanyak 20 batang dengan mengunakan Pola C dan 3 batang dengan Pola B.

Dari kedua pola di atas, kombinasi mana yang lebih baik? Pertanyaan ini dapat dijawab dengan mempertimbangkan 'sisa' pemotongan. Pada Gambar 1, bagian diarsir menunjukkan batang surplus yang tidak cukup panjang untuk memenuhi pesanan. Sisa pemotongan yang dihasilkan dari kedua kombinasi itu adalah. Kombinasi 1: 15 x 0,5m = 7,5m Kombinasi 2: 20 x 0,5m + 3 x 1m = 13m.

Selanjutnya, setiap produksi surplus dengan panjang 1,5, 2, dan 3 m harus dipertimbangkan dalam perhitungan sebagai 'sisa' pemotongan. Pada kombinasi 1, Pola A menghasilkan 10 batang panjang 1,5 m dan 10 batang panjang 2 m sementara Pola C menghasilkan 15 batang panjang 1,5 m, 15 batang panjang 2 m, dan 15 batang panjang 3 m. Jadi, pada kombinasi 1 terjadi produksi surplus untuk panjang 2 m sebanyak 5 batang = 5 x 2 m = 10 m. Pada kombinasi 2, Pola C menghasilkan 20 batang.

Tabel 1. Contoh pesanan pada persoalan pemotongan stok. Pesanan

| Pesanan (i) | Panjang yang diinginkan (m) | Jumlah yang dipesan (batang) |
|---|---|---|
| 1 | 1,5 | 25 |
| 2 | 2 | 20 |
| 3 | 3 | 15 |

Pembatas 2 menjadi $x_2 + 2x_3 + x_5 + 3x_6 + 2x_7 \geq 20$ dan Pembatas 3 menjadi:

$x4 + x5 + x7 + 2x8 \geq 15$.

Jadi, model Program Linear dari persoalan pemotongan stok untuk persoalan di atas adalah

(min) $z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8$

terhadap pembatas (tp)

$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 \geq 25$

$x_2 + 2x_3 + x_5 + 3x_6 + 2x_7 \geq 20$

$x_4 + x_5 + x_7 + 2x_8 \geq 15$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 \geq 0$ dan bilangan bulat.

Misalkan:

n = banyaknya pola pemotongan yang mungkin,

$x_j$ = jumlah panjang standar yang dipotong menurut pola j,

L = panjang standar,

$l_i$ = jumlah pesanan untuk panjang i ; li ≤ L,

$a_{ij}$ = jumlah potongan untuk panjang li dengan pola j,

$b_i$ = banyaknya pesanan untuk panjang li ,

maka bentuk umum persoalan pemotongan stok dalam upaya meminimumkan sisa pemotongan adalah

min $z = x_1 + x_2 + \ldots + xn$

tp $a_{i1} + a_{i2} + a_{in} \geq b_i$, i = 1, 2, . . . m

$x_j \geq 0$ dan bilangan bulat, j = 1, 2, . . . n.

Ada dua faktor yang menyebabkan rumusan persoalan pemotongan stok ini tidak praktis (Gilmore & Gomory 1961; Dyckhoff 1982). Pertama, banyaknya n pola pemotongan bisa berukuran sangat besar jika banyaknya m pesanan berukuran besar. Kedua, pembatasan terhadap bilangan bulat. Pada laporan ini dibahas teknik untuk mengatasi faktor yang pertama, banyaknya n pola pemotongan berukuran besar, dengan mengabaikan syarat pembatas bilangan bulat. Kemudian solusi yang diperoleh, dibulatkan ke atas kebilangan bulat terdekat.

Penelitian ini bertujuan untuk memperlihatkan kemampuan teknik pembangkit kolom dalam menyelesaikan persoalan pemotongan stok dengan pola pemotongan satu dimensi.

Hasil penelitian ini nantinya diharapkan dapat memperluas penerapan matematika khususnya bidang riset operasi (operations research) pada industri dan perusahaan. Terlebih lagi negara kita ini kaya dengan sumber daya alam. Untuk itu diperlukan riset-riset atau penelitian-penelitian yang berkenaan dengan pengoptimalan penggunaan dan pemanfaatan sumber daya alam.

## METODE

Penelitian ini bersifat studi literatur dengan mengkaji jurnal-jurnal dan buku-buku teks yang berkaitan dengan bidang yang diteliti. Aspek matematikanya tidak dibahas terlalu dalam; ini

bisa dirujuk ke kepustakaan yang digunakan. Disini lebih ditekankan teknik untuk mencari solusi. Selanjutnya teknik ini digunakan untuk menyelesaikan sebuah persoalan fiktip. Disamping cara manual, persoalan ini diselesaikan juga dengan menggunakan paket software LINDO edisi pelajar yang mampu menyelesaikan persoalan Program Linear dengan 200 variabel dan 100 pembatas. Pandang kembali model umum persoalan pemotongan stok. Model itu dapat ditulis dalam bentuk umum persoalan Program Linear sebagai:

$$Min\ Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

tp

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\ x_j \geq bi,\ i = 1,\ 2\ ....\ m$$

$xj \geq 0$ dan bilangan bulat, j = 1, 2, …, n dengan $c_j$ = 1 untuk setiap j. Dalam bentuk matriks, persoalan ini dapat ditulis:

min z = cx,

tp $Ax \geq b$

$x \geq 0$ dan bilangan bulat.

Dengan c adalah vektor baris berdimensi n, x adalah vektor kolom berdimensi n, b vektor kolom berdimensi m, dan A matriks berordo m × n.

Dalam bentuk standar, bentuk terakhir ditulis sebagai:

min $z = C_B X_B + C_N X_N$,

tp $BX_B + NX_N = b$

$X_B, X_N \geq 0$ dan bilangan bulat dengan $x_B$ adalah variabel basis, $x_N$ variabel tak basis, dan B dan N berturut-turut adalah kolom matriks yang berkaitan dengan variabel xB dan xN.

Pada sebarang iterasi metoda simpleks, misalkan basis yang terkait didefinisikan oleh B = ( $P_1$, . . . $P_i$, . . . $P_m$ ) dengan $P_i$ vektor kolom berdimensi m,i = 1, 2,…,m. Misalkan $c_B = (c_1, c_2, c_m)$ koefisien fungsi tujuan yang berkaitan dengan $P_1$, $P_2$,… $P_m$. Kemudian dari teori Program Linear (Taha 1975; Taha 1982) pola pemotongan j memberikan perbaikan solusi Program Linear jika reduced cost $zj - cj = c_B B^{-1} P_j - c_j$ yang berkaitan bernilai positif (persoalan minimisasi), dengan $P_j = (a_{1j}, a_{2j}, \ldots, a_{mj})^T$ adalah vektor yang menunjukkan banyaknya potongan dengan panjang li,, i = 1, 2, . . ., m, yang dihasilkan dari pola pemotongan j.

Sampai disini elemen Pj tidak diketahui; yaitu, pola pemotongan yang baru belum diketahui. Dari teori Program Linear, pola yang paling memberikan harapan adalah pola yang memberikan nilai zj - cj terbesar diantara semua pola (tak basis) yang mungkin. Tetapi pada persoalan pemotongan stok berkala besar, yang melibatkan banyak variabel, menghitung nilai $z_j - c_j$ untuk semua variabel tak basis merupakan pekerjaan yang membosankan. Disinilah diperlukan teknik pembangkit kolom (column generation technique). Pada persoalan pemotongan stok, setiap kolom atau variabel menunjukkan sebuah pola pemotongan sebatang panjang standar L. Pada contoh persoalan sebelumnya, sebuah variabel dinyatakan oleh y1 , y2 dan y3 dengan yi adalah jumlah potongan berturut-turut dengan panjang 1,5, 2, dan 3 m yang dihasilkan dari pemotongan panjang standar 7 meter. Sebagai contoh, x5 dinyatakan oleh y1 =1, y2 = 1 dan y3 = 1. Jadi teknik pembangkit kolom adalah suatu teknik untuk memperoleh kolom yang dapat memberikan nilai zj - cj terbaik (positif pada persoalan minimisasi). Ini ekuivalen dengan menyelesaikan sub persoalan:

$$maks\ W = \sum_{i=1}^{m} \mathrm{p}_i\, y_i - 1$$

$$\text{tp} \sum_{i=1}^{m} l_i\, y_i \leq L,\ y_i \geq 0 \text{ dan bilangan bulat}$$

dengan koefisien $\pi_i$ elemen ke i dari $c_B B^{-1}$. Subpersoalan ini dinamakan persoalan knapsack; yaitu, persoalan Program Linear dengan sebuah pembatas. Dari teori Program Linear (Taha 1975; (Taha 1982) $\pi$i disebut juga nilai dual (dual prices) Untuk melakukan satu iterasi ke iterasi berikutnya digunakan metoda simpleks yang direvisi (revised simplex). Nilai xB dihitung dengan mengunakan $x_B = B^{-1} b$

Komputasi pada simpleks yang direvisi banyak berkaitan dengan memperbarui (updating) B-1.

Anggaplah suatu persoalan Program Linear dengan m pembatas sedang diselesaikan. Misalkan $x_k$ akan masuk basis, uji rasio menunjukkan bahwa $x_k$ menjadi basis pada basis r. Misalkan kolom xk adalah $[a_{1k}\ a_{2k} \ldots a_{mk})^T$

Definisikan matriks E berukuran m × m :

$$E = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ 1 & 0 & \ldots & \frac{a_{ik}}{a_{rk}} & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & \ldots & \frac{a_{2k}}{a_{rk}} & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \\ 0 & 0 & \ldots & \frac{1}{a_{rk}} & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \\ 0 & 0 & \ldots & \frac{a_{mk}}{a_{rk}} & \ldots & 1 \end{bmatrix} baris\ ke\ r$$

Ringkasnya, E adalah matriks identitas berukuran m x m dengan kolom r ditukar dengan vector kolom

$$\left[ -\frac{a_{1k}}{a_{rk}} - \frac{a_{2k}}{a_{rk}} \ldots\ \frac{1}{ark} \ldots \frac{a_{mk}}{a_{rk}} \right]^T$$

Selanjutnya didefinisikan Ei sebagai matriks elementer E yang berkaitan dengan iterasi simpleks ke i. Bentuk hasil kali invers (product form of invers) secara umum dapat ditulis (Winston 1991)

$$Bk^{-1}\ E_{k-1}\ E_{k-2} \ldots E_1\ E_0$$

Pada umumnya, computer codes untuk Program Linear menggunakan metoda simpleks yang direvisi dan menghitung serangkaian $B^{-1}$ dengan mengunakan bentuk hasil kali invers.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Pandang kembali contoh persoalan sebelumnya.

$$\text{Min } z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8$$
$$\text{tp } 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 \qquad \geq 25$$

$x_2 + 2x_3 + x_5 + 3\,x_6 + 2x_7 \geq 20$
$x_4 + x_5 + x_7 + 2x_8 \geq 15$
$x_j \geq 0$ , j = 1 , 2 , . . . . , 8

$x_1$ , $x_6$ dan $x_8$ dapat digunakan sebagai variabel dasar awal (basis awal) berturut-turut untuk pembatas panjang 1,5 , 2, dan 3 meter. Jadi basis awal adalah variabel dasar (VD) = { x1, x6, x8}. Lalu diperoleh

$$B_0 = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad B_0^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$maka\, C_B B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Untuk basis kini, suatu pola yang dinyatakan oleh $y_1$ , $y_2$ dan $y_3$ akan ditentukan nilai $z_j$ - $c_j$ nya sebagai

$$C_B B^{-1} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} - 1 = \frac{1}{4} y_1 + \frac{1}{3} y_2 + \frac{1}{2} y_3 - 1$$

$y_1$ , $y_2$ dan $y_3$ harus dipilih sedemikian sehingga tidak melebihi 7 meter. Juga $y_1$ , $y_2$ dan $y_3$ harus bilangan bulat tak negatip. Ringkasnya, untuk sebarang pola, $y_1$ , $y_2$ dan $y_3$ harus memenuhi $1{,}5y_1 + 2y_2 + 3y_3 \geq 7$ $y_1 \geq 0$, $y_2 \geq 0$, $y_3 \geq 0$, $y_1$, $y_2$, $y_3$ bilangan bulat. Sekarang pola yang menguntungkan dicari dengan menyelesaikan persoalan knapsack yang ekuivalen berikut :

$$maks\ w = \frac{1}{4} y_1 + \frac{1}{3} y_2 + \frac{1}{2} y_3 - 1$$

$1{,}5y_1 + 2y_2 + 3y_3 \geq 7$
$y_1\ y_2\ y_3 \geq 0$, dan bilangan bulat.

Meskipun secara teoritis persoalan knapsack sulit diselesaikan, namun metoda cabang dan batas (branch and bound method) cukup efisien dan praktis untuk menyelesaikannya (Taha 1982; Winston 1991). Dengan menggunakan metoda cabang dan batas, solusi optimal untuk persoalan knapsack ini adalah w =1/6 , $y_1$ = 2 , $y_2$ = 2 , $y_3$ = 0. Ini berkorespondensi dengan pola 3 dan variable $x_3$. Jadi nilai $z_3$ - $c_3$ adalah 1/6 , dan dengan memasukkan $x_3$ kedalam basis akan mengurangi sisa pemotongan. Untuk memasukkan $x_3$ ke dalam basis, perlu dibentuk ruas kanan kini dan kolom x3 kini.

$$\text{Kolom } X_3 \text{ kini} = B_0^{-1} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Ruas kanan kini} = B_0^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ 20 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{25}{4} \\ \frac{20}{3} \\ \frac{15}{2} \end{bmatrix}$$

Uji rasio menunjukkan bahwa $x_3$ masuk basis pada baris ke 2. Variabel dasar yang baru adalah VD (1) = {$x_1$ , $x_3$ , $x_2$}. Menggunakan bentuk hasil kali invers, diperoleh

$$\text{Sekarang } B_1^{-1} = E_0 B_0^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{3}{4} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\text{Sekarang } C_B B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kembali digunakan teknik pembangkit kolom untuk menentukan pola yang akan masuk basis. Untuk nilai dual kini ($c_B\ B_1^{-1}$), suatu pola yang dinyatakan oleh $y_1$, $y_2$ dan $y_3$ ditentukan nilai $z_j$ - $c_j$ nya menjadi

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} - 1 = \frac{1}{4} y_1 + \frac{1}{4} y_2 + \frac{1}{2} y_3 - 1$$

Persoalan knapsack yang ekuivalen adalah

$$\text{Maks } w = \frac{1}{4} y_1 + \frac{1}{4} y_2 + \frac{1}{2} y_3 - 1$$

$y_1$, $y_2$, $y_3 \geq 0$ dan bilangan bulat.

Dengan menggunakan metoda cabang dan batas diperoleh solusi optimal dengan nilai w = 0. Ini berarti bahwa tidak ada lagi suatu pola yang menguntungkan bila dimasukkan ke dalam basis. Jadi VD (1) = $\{x_1, x_3, x_8\}$ sudah optimal. Untuk menentukan nilai variabel dasar pada solusi optimal, dicari nilai ruas kanan sebagai berikut:

$$B_1^{-1}b = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ 20 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{4} \\ 10 \\ \frac{15}{2} \end{bmatrix}$$

Jadi, solusi optimal untuk persoalan pemotongan stok di atas adalah $x_1$ = 5/4, $x_3$ = 10 dan $x_8$ =15/2. Solusi bilangan bulat diperoleh dengan pembulatan ke atas, yaitu, $x_1$ = 2 , x3 = 10 dan $x_8$ = 8. Permintaan sebanyak 25 batang panjang 1,5 m, 20 batang panjang 2 m dan 15 batang panjangnya 3 m dapat dipenuhi dengan memotong panjang standar 7 m sebanyak 2 batang mengikuti pola pemotongan 1, 10 batang mengikuti pola 3 dan 8 batang mengikuti pola 8.

Implementasi LINDO. LINDO (Linear Interactive and Discrete Optimizer) adalah paket komputer yang digunakan untuk menyelesaikan Persoalan Linear, Integer dan Kuadratik Programming. Untuk menggunakan teknik pembangkit kolom dengan bantuan LINDO, ide dasarnya dijelaskan dengan langkah-langkah sebagai berikut (Schrage 1995):

1. Bentuk dan selesaikan Program Linear awal yang memiliki semua baris dari model yang terdefinisikan secara utuh, tetapi dengan sejumlah kecil kolom yang dinyatakan secara eksplisit.
2. Dengan nilai dual solusi kini, bentuk kolom (pola) yang menguntungkan; yaitu, jika cj adalah biaya kolom j, aij adalah koefisien kolom j pada baris i untuk i = 1, 2, …, m, dan di adalah harga dual baris i, tentukan kolom j yang baru sedemikian sehingga cj + d1 a1j + d2 a2j +…+ dm amj < 0. Jika tidak ada kolom sedemikian, lalu berhenti.
3. Selesaikan Program Linear dengan kolom baru dari (2) yang telah ditambahkan.
4. Kembali ke (2).

Pandang kembali contoh persoalan sebelumnya. Seperti yang terlihat pada Tabel 1, panjang standar 7 m dipotong paling banyak menjadi 3 jenis panjang yang berbeda dengan 118 perincian berikut, 25 batang panjang 1,5 m, 20 batang panjang 2 m, dan 15 batang panjang 3 m.

Prosesnya dimulai dengan mendefinisikan sebarang 3 pola pemotongan yang murni. Sebuah pola murni hanya menghasilkan satu jenis panjang saja. Misalkan Pi = banyaknya stok standar yang dipotong mengikut pola i. Yang akan diminimumkan adalah jumlah total stok standar yang dipotong. Program Linear dengan pola ini adalah:

```
MIN P1 + P2 + P3
SUBJECT TO
        2) 4 P1 >= 25 ! Panjang 1,5 m
        3) 3 P2 >= 20 ! Panjang 2 m
        4) 2 P3 >= 15 ! Panjang 3 m
END
```

solusinya adalah:

```
OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1)   20.41667

VARIABLE VALUE    REDUCED COST
P1          6.250000  .000000
P2          6.666667  .000000
P3          7.500000  .000000

ROW  SLACK OR SURPLUS   DUAL PRICES
2)      .000000              -.250000
3)      .000000              -.333333
4)      .000000              -.500000
```

Pola baru yang akan ditambahkan dicari dengan menyelesaikan persoalan knapsack.

Min 1 - 0,25 $y_1$ - 0,333333 $y_2$ - 0,5 $y_3$

tp 1,5y1 + 2y2 + 3y3 ≤ 7

$y_1$ , $y_2$ , y3 ≥ 0 dan bilangan bulat.

Fungsi tujuan dapat ditulis sebagai: maksimumkan 0,25$y_1$ + 0,333333$y_2$ + 0,5$y_3$ – 1 solusi optimal untuk persoalan knapsack ini adalah $y_1$ = 2 $y_2$ = 2 dan $y_3$ = 0, yaitu, pola dengan memotong 2 batang panjang 1,5 m dan 2 batang panjang 2 m. Jika kolom ini, P4, ditambahkan ke dalam Program Linear di atas diperoleh formulasi (dalam bentuk picture):

```
P P P P
1 2 3 4
1: 1 1 1 1 MIN
2: 4 2 > B
3: ‘ 3’ 2 > B
4: 2 ‘ > B
```

solusinya adalah:

```
OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 18.75000
VARIABLE   VALUE       REDUCED COST
P1            1.250000     .000000
P2             .000000     .250000
```

| | | |
|---|---|---|
| P3 | 7.500000 | .000000 |
| P4 | 10.000000 | .000000 |
| ROW | SLACK OR SURPLUS | DUAL PRICES |
| 2) | .000000 | -.250000 |
| 3) | .000000 | -.250000 |
| 4) | .000000 | -.500000 |

Sub persoalan pembangkit kolom adalah

maks $0{,}25y_1 + 0{,}25y_2 + 0{,}50y_3 - 1$

tp $1{,}5y_1 + 2y_2 + 3y_3 \leq 7$

$y_1$, y2, $y_3 \geq 0$ dan bilangan bulat.

Solusi optimal untuk persoalan knapsack ini memberikan nilai fungsi tujuan nol. Ini berarti tidak ada lagi pola lain yang dapat memberikan 'keuntungan'. Solusi optimal diperoleh, setelah dilakukan pembulatan yang 'sesuai', adalah:

1. Potong 2 batang panjang standar 7m masing-masing menjadi 4 batang panjang 1,5 m.
2. Potong 10 batang panjang standar 7 m masing-masing menjadi 2 batang panjang 1.5 m dan 2 batang panjang 2 m.
3. Potong 8 batang panjang standar 7m masing-masing menjadi 2 batang panjang 3 m.

## KESIMPULAN

Pada persoalan pemotongan stok, tidak perlu mencari semua pola pemotongan yang mungkin; cukup menentukan sebuah pola awal yang merupakan pola pemotongan murni. Pola pemotongan yang lebih baik diperoleh dengan mengunakan teknik pembangkit kolom. Perkerjaan yang agak berat adalah menentukan solusi subpersoalan knapsack, karena subpersoalan ini tidak bisa diselesaikan dengan LINDO. Metode yang cukup praktis untuk menyelesaikan persoalan knapsack ini adalah metoda cabang dan batas. Bila jumlah pesanan semakin banyak (dalam model matematis = jumlah baris semakin banyak) maka semakin banyak pula variabel yang terlibat dalam subpersoalan knapsack. Akibatnya semakin berat menyelesaikannya. Untuk itu perlu dipikirkan metoda lain yang lebih mudah dan sistimatis daripada metode cabang dan batas.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Kami mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang tinggi kepada semua pihak di Proyek Pengkajian dan Penelitian Ilmu Pengetahuan Terapan, Departemen Pendidikan Nasional atas terselenggaranya penelitian ini dengan kontrak.

## DAFTAR PUSTAKA

Dyckhoff, H. 1982. A New Linear Programming Approach to the Cutting-Stock Problem. Operations Research 29: 1092-1104.

Gilmore, P.C., & R.E. Gomory. 1961. A Linear Programming Approach to the Cutting-Stock Problem. Operations Research 9: 849-859.

Schrage, L. 1991. LINDO: Text and Software. San Francisco: Scientific Press.

Taha, H. A. 1975. Integer Programming Theory : Application and Computation. New York: Academic Press.

Taha, H. A. 1982. Operations Research: An Introduction. New York: Macmillan Publishing Co.

Winston, W. L. 1991. Operations Research: Application and Algorithm. California: PWS-KENT Publishing Company.

Program Linear Persoalan Pemotongan Stok 119.