

Ukuran Lot yang Ekonomis pada Model Persediaan Integrasi *Single vendor* dan *Single buyer*

Said Salim Dahda^{1*}, Deny Andesta²

Prodi Teknik Industri, Fakultas Teknik, Universitas Muhammadiyah Gresik
Jl. Sumatera No.101, Randuagung, Kec. Kebomas, Kabupaten Gresik, Jawa Timur, Indonesia
said_salim@umg.ac.id

INFO ARTIKEL

doi: 10.350587/Matrik
v23i1.4411

Jejak Artikel :

Upload artikel
17 Agustus 2022
Revisi
29 Agustus 2022
Publish
27 September 2022

Kata Kunci :

Persediaan, Integrasi, Pemasok;
Pembeli EPQ

ABSTRAK

Keunggulan kompetitif sebuah bisnis banyak menjadi bahasan di industri dan akademis. Salah satunya kemampuan memenuhi permintaan dengan jumlah yang tepat, waktu yang tepat dan lokasi yang tepat. Persediaan hadir dalam peningkatan keunggulan kompetitif tersebut menjadi bagian yang terpenting dalam peningkatan kemampuan pemenuhan permintaan produk. Model perencanaan dan pengendalian persediaan klasik seperti EOQ/EPQ, telah banyak memberikan kontribusi dalam pemenuhan permintaan. Dengan asumsi-asumsi yang membatasi model-model klasik banyak dikembangkan untuk menyesuaikan dengan kondisi dan lingkungan industri. Salah satunya adalah model integrasi antara pemasok dan pembeli yang menghasilkan ukuran lot yang meminimalkan biaya total persediaan. Serta mengarahkan sistem produksi menjadi lebih efisien dengan penerapan konsep-konsep JIT dan rantai pasok. Model integrasi single vendor-single buyer dengan alternatif model persediaan pemasok yang berbeda dibahas pada penelitian ini dengan menyajikan model persediaan pemasok pertama dan kedua. Dari hasil contoh numerik dapat dikatakan biaya persediaan pada model pertama lebih kecil dibandingkan model kedua. Persediaan rata-rata pemasok pada model kedua lebih besar menjadikan salah satu penyebab selain frekuensi pengiriman yang lebih banyak pada model kedua.

1. Pendahuluan

Saat ini banyak industri berusaha meningkatkan keunggulan kompetitif dengan menekan biaya, meningkatkan kualitas produk, pelayanan serta kemampuan pemenuhan permintaan. Kemampuan pemenuhan permintaan (*service level*) telah banyak dikaji dengan mengaitkan penambahan persediaan, tingkat persediaan. Efisiensi manajemen persediaan dapat memberikan pengaruh yang signifikan terhadap reduksi biaya dan peningkatan keunggulan kompetitif ekonomis [1]. Industri juga harus mengarahkan perhatiannya pada kemunculan biaya persediaan seiring dengan timbulnya persediaan. Sehingga perlu dilakukan model tata Kelola yang baik dalam menyelaraskan jumlah produksi, jumlah produk yang tersimpan dan biaya-biaya yang akan terjadi dari produksi dan produk yang tersimpan tersebut. Sejak awal dipublikasikan oleh 1913 oleh FW. Harris [2], *Economic Order Quantity* (EOQ) menjadi model penentuan ukuran pemesanan pertama, yang berusaha menyelaraskan jumlah persediaan, kemampuan memenuhi permintaan dengan biaya yang minimal. Perkembangan lanjutan dilakukan oleh Taft (1918) [3] dengan menjadikan tingkat pemenuhan persediaan menjadi terbatas, yang disebut sebagai tingkat produksi yang terbatas. Dan model tersebut dikenal dengan *Economic Production Quantity*.

Meskipun banyak pendapat negatif dalam penerapannya EOQ/EPQ [4] penggunaan model persediaan dengan dasar EOQ/EPQ semakin banyak menjadi perhatian dan dikembangkan dengan banyak model yang disesuaikan dengan situasi industri yang menerapkan model-model tersebut. Dan sampai saat ini, model tersebut telah banyak berkembang diantaranya dengan mengembangkan model-model terintegrasi *vendor* dan *buyer*. Bentuk rangkaian sistem *vendor* dan *buyer* akan menjadi perhatian pada model terintegrasi tersebut selain kondisi-kondisi lain yang disyaratkan dalam asumsinya. Bentuk model yang banyak dikembangkan adalah model dari sistem *single vendor-single buyer*. *Vendor* digambarkan sebagai produsen yang memproduksi produk tunggal dan dengan

single buyer sebagai pelanggan atau produsen tahap lanjutan dalam sistem tersebut.

Kunci rantai pasok yang menguntungkan adalah hubungan *vendor* dan *buyer*, atau yang lebih sering disebut hubungan vertikal [5]. Ini menunjukkan untuk memaksimalkan keuntungan *vendor* dan *buyer* secara bersama-sama, mereka harus bekerja sama secara kooperatif [6]. Tujuan model dalam kategori ini adalah untuk menyeimbangkan biaya penyimpanan dan pengaturan persediaan dengan menentukan ukuran lot yang optimal [1]. Muara penentuan ukuran lot produksi atau pengiriman bersama yang ditujukan untuk meminimalkan biaya persediaan untuk *vendor* dan *buyer* secara bersamaan.

Pada sebagian besar model-model tersebut menjadikan posisi *vendor* sebagai produsen yang menganut bentuk terkait dengan EPQ. Diprakarsai oleh Goyal (1977) [7], yang merumuskan pendekatan dalam menghadapi permasalahan persediaan yang dihadapi *single vendor-single buyer* dengan bantuan model terintegrasi dengan mengabaikan tingkat produksi *vendor*. Dengan Banerjee (1986) [8] mengemukakan model *joint economic lot size* dimana *vendor* memproduksi lalu mengirimkan pesanan pada waktu yang sama dengan adanya sejumlah lot pesanan dari *buyer*. Goyal (1988) [9] melonggarkan asumsi frekuensi produksi sesuai frekuensi pesanan pada model Banerjee 1986 menjadi ukuran produksi tertentu dengan sejumlah frekuensi pengiriman. Model yang berbeda yang dikembangkan oleh Lu (1995) [10] dengan mengirimkan hasil produksi ke *buyer* bertahap dengan frekuensi tetap setiap siklus produksi. Model ini menjadi dasar pengembangan EPQ dengan pengiriman secara diskrit dalam sistem *single vendor-single buyer*.

Pada beberapa publikasi terdapat model EPQ yang telah mengadaptasikan dengan bentuk lot produksi dan pengiriman, yang digunakan pada rantai pasok antara *buyer* dan *vendor* seperti pada [11][12] [13]. Dalam perkembangannya beberapa penelitian yang menggunakan sistem *single vendor-single buyer* yang menggunakan banyak pelanggaran asumsi-asumsi yang digunakan. Pada Widyadana & Wee (2009) [14] sistem *single vendor-single buyer* dengan

pengiriman *vendor* secara diskrit dengan banyak produk. Beberapa penelitian juga menggunakan asumsi ketidak sempurnaan hasil proses produksi menjadikan model yang dikembangkan memperhatikan ketidak-sempurnaan hasil produksi [15]–[17].

Jika diamati lebih lanjut terdapat dua model EPQ yang berbeda, dipakai dalam menggambarkan situasi *vendor* dalam sistem persediaan *single vendor-single buyer*. Perbedaan yang terjadi pada saat kapan pengiriman produk pertama kali ke pihak *buyer*. Model persediaan *vendor* pertama, pengiriman segera dilakukan pada saat ukuran pengiriman tersebut dapat dipenuhi oleh produksi. Model persediaan *vendor* kedua, pengiriman pertama kali sesuai dengan waktu siklus pengiriman. Yang artinya menunggu sampai hasil produksi pada tingkat tertentu untuk mengirimkan produk tersebut. Pada bentuk sistem produksi *single vendor-single buyer* dengan model *vendor* seperti diatas banyak dinyatakan sebagai bentuk sistem produksi yang menganut JIT [18], [19]. Dengan ciri kuantitas pembelian jumlah kecil (*small lots*) dengan frekuensi pembelian yang lebih sering dan hubungan jangka panjang antara *vendor* dan *buyer* sehingga meminimalkan biaya persediaan, yang merupakan ciri utama penerapan JIT[20]. Pada penelitian ini akan dibahas model sistem persediaan *single vendor-single buyer* dengan dua bentuk model persediaan *vendor* tersebut dengan tujuan meminimalkan biaya persediaan total dan menentukan ukuran produksi yang optimal serta frekuensi pengiriman yang optimal.

2. Pengembangan Model

Studi pada penelitian ini terkait dengan sistem produksi dengan sebuah mesin tunggal yang hasil produksinya dikirimkan ke *single buyer* dalam jumlah tertentu dengan beberapa kali frekuensi pengiriman. Dengan mengasumsikan pengiriman tidak kontinyu, atau dilakukan pengiriman per lot dengan jumlah yang tetap tiap pengiriman. Pada penelitian ini akan digunakan dua model persediaan *vendor* dengan bentuk EPQ yang telah disesuaikan dengan pengiriman terbagi beberapa lot dan *buyer* digunakan model EOQ. Dengan

memperhatikan komponen biaya persediaan yang terkait dengan pengembangan model untuk dijadikan parameter dalam penentuan variabel keputusan. Biaya yang timbul untuk *buyer* adalah biaya simpan dan biaya pesan. Sedangkan untuk *vendor*, selain biaya simpan dan biaya *set-up* juga dibebankan biaya pengiriman setiap lot hasil produksi ke *buyer*. Tujuan pengembangan model gabungan *vendor* dan *buyer* untuk mendapatkan total biaya persediaan yang minimal setiap siklus model

Notasi

D = Tingkat Permintaan (unit/ satuan waktu)

P = Tingkat Produksi (Unit /satuan waktu)

Ch_b = Biaya simpan *buyer* (\$/unit/satuan waktu)

Cr_b = Biaya Pesan *buyer* (\$/pesan)

Ch_v = Biaya simpan *vendor* (\$/unit/satuan waktu)

Cr_v = Biaya Pesan *vendor* (\$/pesan)

Cd_v = Biaya Pengiriman (\$/pengiriman)

n = Frekuensi pengiriman ke *buyer* dalam satu siklus produksi *vendor*

q = Kuantitas setiap pengiriman (unit)

T_1 = Waktu produksi (satuan waktu)

T = Waktu siklus (satuan waktu) dimana
 $T = T_1 + T_2$

Q = Kuantitas produksi (unit), dimana $Q = q \cdot n$

Asumsi

1. Permintaan produk diketahui, konstan dan kontinyu.
2. Terdapat hanya satu *buyer* dan dan satu *vendor*.
3. Tingkat produksi diketahui, konstan dan terbatas.
4. Biaya pesan, biaya simpan dan biaya pengiriman untuk *vendor* dan *buyer* diketahui dan deterministik
5. Tidak diperkenankan terjadi kekurangan persediaan pada *vendor* dan *buyer*.
6. Pengiriman dijadwalkan masuk ke persediaan *buyer* jika tepat setelah persediaan dari pengiriman sebelumnya habis.
7. Waktu pengiriman tidak signifikan dan diabaikan.
8. Hasil produksi *vendor* tidak terdapat cacat.
9. Horizon waktu tidak terbatas.

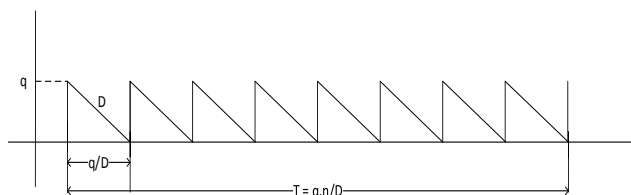
3. Hasil dan Pembahasan

Penggambaran sistem persediaan *single vendor-single buyer* pertama adalah seperti model persediaan *buyer* digambarkan pada gambar 1, dan model persediaan *vendor* digambarkan seperti pada gambar 2. Pada awal siklus, *vendor* akan mengirimkan produk yang telah selesai diproduksi sebanyak kebutuhan satu siklus *buyer* (q). Waktu pengiriman tersebut tepat setelah jumlah kebutuhan *buyer* terpenuhi (q/P). Pada tahap berikutnya *vendor* akan mengirimkan produk sejumlah q sesuai siklus pemakaian *buyer* atau tepat pada waktu persediaan pada *buyer* habis (q/D). Pada model pertama mempunyai kelebihan *buyer* dapat segera menerima pesannya tanpa adanya waktu tunggu *vendor* mencapai jumlah tertentu. Dengan

Biaya Persediaan pada satu *vendor* dan satu *buyer* dengan model persediaan *buyer* seperti gambar 1 dan model persediaan *vendor* sesuai dengan gambar 2. Pada *buyer*, biaya persediaan dihitung dengan biaya simpan dan biaya pesan. Persamaan biaya pada model EOQ berlaku pada perhitungan ini. Dengan menggunakan konsep JIT, dimana *buyer* dan *vendor* telah terjadi hubungan kerja sama jangka panjang sehingga biaya pesan *buyer* hanya dilakukan satu kali setiap siklus produksi *vendor*

$$TC_b = Ch_b \cdot \frac{q}{2} + Cr_b \cdot \frac{D}{Q}$$

$$TC_b(Q, n) = Ch_b \cdot \frac{Q}{2 \cdot n} + Cr_b \cdot \frac{D}{Q} \dots \dots (1)$$



Gambar 1 Model Persediaan Buyer

Pada *Vendor*, biaya persediaan yang akan diperhitungkan adalah biaya simpan dan biaya set-up. Selain kedua biaya tersebut *vendor* juga menanggung biaya pengiriman biaya pengiriman. Penentuan biaya simpan sangat ditentukan oleh persediaan rata-rata, didapatkan dari hasil bagi time-weighted inventory dengan waktu per siklus. Berdasarkan pola persediaan

pada gambar 3, persediaan rata-rata pada *vendor* didapatkan dari

$$\text{Persediaan rata - rata } (\bar{I}_v) = \frac{[\text{Area garis tebal} - \text{Area terarsir}]}{T} \dots (2)$$

$$\bar{I}_v = \left\{ \left[\frac{Q^2}{n \cdot P} + \frac{Q^2}{n \cdot D} (n - 1) - \frac{Q^2}{2 \cdot P} \right] - \left[\frac{Q}{n \cdot D} (q + 2q + \dots (n - 1)q) \right] \right\} / \frac{Q}{D}$$

$$\bar{I}_v = \left\{ \frac{Q^2}{n \cdot P} + \frac{Q^2}{n \cdot D} (n - 1) - \frac{Q^2}{2 \cdot P} - \frac{Q^2}{2 \cdot n \cdot D} (n - 1) \right\} / \frac{Q}{D}$$

$$\bar{I}_v = \frac{Q}{2 \cdot n} \left[(n - 1) + (2 - n) \left(\frac{D}{P} \right) \right] \dots (3)$$

Adapun biaya persediaan $TC_v(Q, n)$ dengan model persediaan *vendor* pertama terdiri dari tiga komponen biaya, biaya pesan, biaya pengiriman dan biaya simpan menggunakan persamaan persediaan rata-rata (3)

$$TC_v(Q, n) = Cr_v \cdot \frac{D}{Q} + Ch_v \cdot \frac{Q}{2 \cdot n} \left[(n - 1) + (2 - n) \left(\frac{D}{P} \right) \right] + Cd_v \cdot \frac{n \cdot D}{Q} \dots (4)$$

Total biaya gabungan *vendor* dan *buyer* dengan model persediaan *vendor* pertama merupakan penjumlahan dari persamaan (1) dan (4)

$$TC_{total}(Q, n) = TC_b(Q, n) + TC_v(Q, n)$$

$$TC_{total}(Q, n) = (Cr_v + Cr_b + Cd_v \cdot n) \cdot \frac{D}{Q} + \frac{Q}{2 \cdot n} \left(Ch_b + Ch_v \left[\frac{2 \cdot D}{P} - 1 + n \cdot \left(1 - \frac{D}{P} \right) \right] \right) \dots (5)$$

Nilai variabel keputusan dapat ditentukan dengan menggunakan teknik optimasi klasik yang memberikan nilai optimal global pada fungsi tujuan [16]. Kuantitas produksi (Q)

adalah variabel kontinu sedangkan variabel keputusan n adalah variabel diskrit. Dengan $TC_{total}(Q, n)$ sebagai fungsi persamaan konveks dan dengan menentukan nilai n tertentu nilai kuantitas produksi yang dapat meminimal total biaya $TC_{total}(Q, n)$, didapat dari turunan pertama $TC_{total}(Q, n)$ terhadap Q yang memenuhi $\frac{\partial TC_{total}}{\partial Q} = 0$. Dimana,

$$\frac{\partial TC_{total}}{\partial Q} = -(Cr_v + Cr_b + Cd_v \cdot n) \cdot \frac{D}{Q^2} + \left(Ch_b + Ch_v \left[(n-1) + (2-n) \left(\frac{D}{P} \right) \right] \right) / 2 \cdot n$$

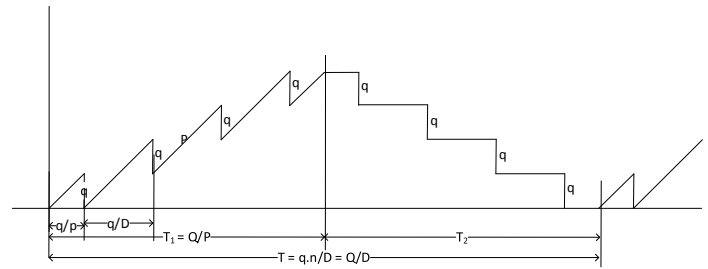
Nilai $Q^*(n)$ sebagai nilai variabel keputusan kuantitas produksi pada nilai n tertentu yang meminimalkan nilai $TC_{total}(Q, n)$ adalah

$$Q^*(n) = \sqrt{\frac{2 \cdot n \cdot D (Cr_v + Cr_b + n \cdot Cd_v)}{Ch_b + Ch_v \left[\frac{2 \cdot D}{P} - 1 + n \cdot \left(1 - \frac{D}{P} \right) \right]}} \dots (6)$$

Untuk pengujian konveksitas dilakukan dengan menggunakan turunan ke 2 pada persamaan $TC_{total}(Q, n)$, kondisi koveks tercapai jika $\frac{\partial^2 TC_{total}}{\partial Q^2} > 0$ dan didapatkan

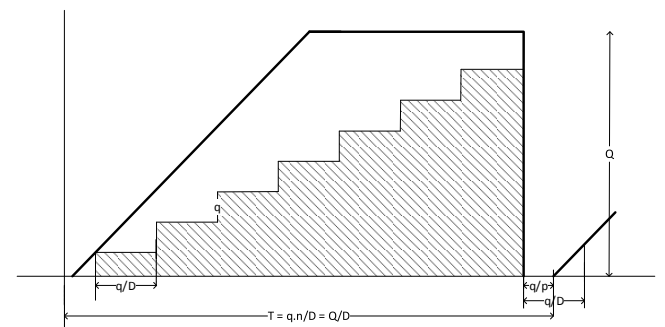
$$\frac{\partial^2 TC_{total}}{\partial Q^2} = (Cr_v + Cr_b + Cd_v \cdot n) \cdot \frac{D}{Q^3} > 0$$

Terlihat nilai $\frac{\partial^2 TC_{total}}{\partial Q^2}$ positif, $TC_{total}(Q, n)$ mempunyai nilai minimal pada nilai $Q^*(n)$

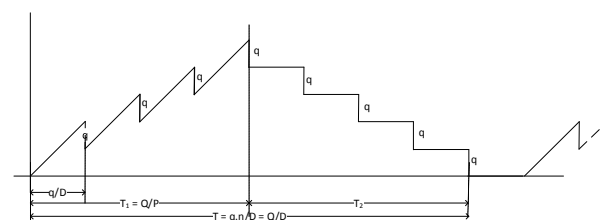


Gambar 2 Model Persediaan Vendor (Model Pertama)

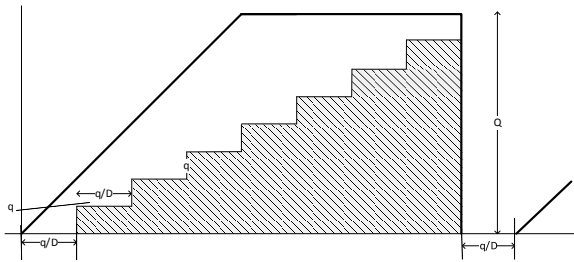
Penggambaran sistem persediaan *single vendor-single buyer* kedua Secara umum model persediaan vendor dan *buyer* yang kedua hampir sama dengan model persediaan vendor dan *buyer* pertama. Model persediaan *buyer* tetap mengikuti model seperti pada gambar 1 dengan persamaan total biaya *buyer* sama dengan rumusan (1). Perbedaan terdapat pada model persediaan *vendor* dan hanya terjadi pada waktu pengiriman pertama (gambar 4). Pada model persediaan *vendor* kedua, pengiriman awal dijadwalkan mengikuti siklus pengadaan *buyer* sehingga tidak terjadi perbedaan antara waktu pengiriman awal dengan selanjutnya. Pada model persediaan *vendor* kedua dapat digunakan jika waktu pengiriman telah ditetapkan oleh *buyer* atau pemakaian produk yang terdapat pada kontainer Kanban.



Gambar 3 Pola Persediaan Vendor (Model Pertama)



Gambar 4 Model Persediaan Vendor (Model Kedua)



Gambar 5 Pola Persediaan Vendor (Model Kedua)

Pada model kedua ini, biaya Persediaan pada satu vendor dan satu buyer dengan model persediaan buyer seperti gambar 1 dan model persediaan vendor sesuai dengan gambar 4. Pada buyer masih tetap menggunakan persamaan (1) untuk menentukan biaya persediaan buyer. Pada vendor, biaya persediaan yang akan diperhitungkan sama dengan model pertama. Perbedaan hanya pada penentuan persediaan rata-rata. Dengan tetap menggunakan persamaan (2) hasil bagi *time-weighted inventory* dengan waktu per siklus dan pola persediaan pada gambar 5 untuk menentukan persediaan rata-rata pada vendor pada model kedua adalah

$$\bar{I}_v = \left\{ \left[\frac{Q^2}{D} - \frac{Q^2}{2.P} \right] - \left[\frac{Q}{n.D} (q + 2q + \dots + (n-1)q) \right] \right\} / \frac{Q}{D}$$

$$\bar{I}_v = \frac{Q}{2.n} \left[1 + n. \left(1 - \frac{D}{P} \right) \right] \dots (7)$$

Dengan persamaan persediaan rata-rata (7) menentukan biaya simpan vendor pada model persediaan vendor kedua. Selain biaya simpan biaya pesan dan biaya pengiriman juga bagian dari biaya persediaan untuk vendor sesuai dengan model persediaan kedua

$$TC_v(Q, n) = Cr_v \cdot \frac{D}{Q} + Ch_v \cdot \frac{Q}{2.n} \left[1 + n. \left(1 - \frac{D}{P} \right) \right] + Cd_v \cdot \frac{n.D}{Q} \dots (8)$$

Total biaya gabungan vendor dan buyer dengan model persediaan vendor pertama

merupakan penjumlahan dari persamaan (1) dan (8)

$$TC_{total}(Q, n) = Cr_v \cdot \frac{D}{Q} + Ch_v \cdot \frac{Q}{2.n} \left[1 + n. \left(1 - \frac{D}{P} \right) \right] + Cd_v \cdot \frac{n.D}{Q} + Ch_b \cdot \frac{Q}{2.n} + Cr_b \cdot \frac{D}{Q}$$

$$TC_{total}(Q, n) = (Cr_v + Cr_b + Cd_v \cdot n) \cdot \frac{D}{Q} + \frac{Q}{2.n} \left(Ch_b + Ch_v \left[1 + n. \left(1 - \frac{D}{P} \right) \right] \right) \dots (9)$$

Untuk mendapat nilai kuantitas produksi (Q) yang dapat meminimal total biaya dilakukan dengan cara mencari turunan pertama dari $TC_{total}(Q, n)$ terhadap Q

$$\frac{\partial TC_{total}(Q, n)}{\partial Q} = -(Cr_v + Cr_b + Cd_v \cdot n) \cdot \frac{D}{Q^2} + \left(Ch_b + Ch_v \left[1 + n. \left(1 - \frac{D}{P} \right) \right] \right) / 2.n$$

Untuk pengujian konveksitas dilakukan dengan menggunakan turunan ke 2 pada persamaan $TC_{total}(Q, n)$, kondisi koveks tercapai jika $\partial^2 TC_{total} / \partial^2 TC_{total} > 0$ dan didapatkan

$$\frac{\partial^2 TC_{total}(Q, n)}{\partial Q^2} = (Cr_v + Cr_b + Cd_v \cdot n) \cdot \frac{D}{Q^3} > 0;$$

Terlihat nilai $\frac{\partial^2 TC_{total}}{\partial Q^2}$ positif, $TC_{total}(Q, n)$ mempunyai nilai minimal pada nilai $Q^*(n)$

Pada setiap nilai n yang tetap, ukuran produksi vendor yang optimal dengan model persediaan vendor kedua Terlihat nilai $\frac{\partial^2 TC_{total}}{\partial Q^2}$

positif, $TC_{total}(Q, n)$ mempunyai nilai minimal pada nilai $Q^*(n)$

$$\text{didapat dari } \frac{\partial TC_{total}(Q, n)}{\partial Q} = 0$$

$$Q^*(n) = \sqrt{\frac{2 \cdot n \cdot D (Cr_v + Cr_b + n \cdot Cd_v)}{Ch_b + Ch_v \left[1 + n \cdot \left(1 - \frac{D}{P} \right) \right]}} \dots (10)$$

Pada persamaan (5) dan (9), Selain $Q^*(n)$, frekuensi pengiriman n menjadi variabel keputusan dengan bentuk nilai bulat. Perlu dicari ukuran pengiriman yang optimal sebagai nilai n^* pada masing-masing model persediaan. Penentuan nilai frekuensi pengiriman optimal dapat dilakukan dengan menggunakan pengembangan model matematika yang cukup sulit seperti pada [9], [15]. Selain itu, dapat menggunakan teknik iterasi titik tetap dengan membuat algoritma yang sesuai untuk menyelesaikan model. Pada penentuan n^* disini digunakan algoritma dari [21]

Algoritma

- Langkah 1 Menentukan $n = 1$
- Langkah 2 Tentukan $Q(n)$ dengan (6) jika menggunakan model pertama dan rumus (10) jika model kedua
- Langkah 3 Tentukan $TC(Q, n)$ dengan rumus (5) jika menggunakan model pertama dan (9) untuk model kedua.
- Langkah 4 Menentukan $n = n + 1$ dan ulangi Langkah 2 dan 3
- Langkah 5 Jika $TC(Q, n) \leq TC(Q, n - 1)$ menuju ke Langkah 4, jika tidak lanjut ke Langkah ke 6
- Langkah 6 Menentukan Q^* dan n^* sama dengan nilai $(Q, n - 1)$, dimana Q^* dan n^* adalah solusi dalam penentuan ukuran produksi dan jumlah pengiriman per siklus yang optimal.

Contoh Numerik

Pada bagian ini, dikembangkan analisis numerik untuk mengilustrasikan prosedur pengembangan solusi. Berikut parameter yang digunakan untuk analisis numerik. $D = 1361$ unit/tahun, $P = 2444$ unit/tahun, $Ch_b = \$$

$5/\text{unit}/\text{tahun}$ $Cr_b = \$ 47/\text{pesan}$ $Ch_v = \$ 3/\text{unit}/\text{tahun}$ $Cr_v = \$ 68/\text{set-up}$ $Cd_v = \$ 14/\text{pengiriman}$. Dengan menggunakan data tersebut, didapatkan nilai $Q^* = 494$ unit dengan frekuensi pengiriman sebanyak 6 kali dengan model persediaan *vendor* menggunakan model persediaan *vendor* pertama. Dan ukuran produksi yang optimal (Q^*) pada model gabungan *vendor* dan *single buyer* dengan model *vendor* kedua sebesar 484 unit dengan frekuensi pengiriman optimal (n^*) sebanyak 7 kali. Pada tabel 1 menunjukkan setiap nilai n yang berbeda yang berpengaruh terhadap $TC_{Total}(Q, n)$ untuk model persediaan untuk *vendor* dan *single buyer* dengan perilaku persediaan *vendor* menggunakan sesuai gambar 2 (model persediaan *vendor* pertama) dan gambar 4 (model persediaan *vendor* kedua) . Sedangkan tabel 2 dapat dilihat untuk model persediaan *single vendor* dan *single buyer* dengan model persediaan *vendor* kedua.

Tabel 1. Penentuan n^* Dengan Model Persediaan *Vendor* Pertama

n	Q	$TC_b(Q, n)$	$TC_v(Q, n)$	$TC_{total}(Q, n)$
1	229	852.3	678.07	1530.46
2	311	594.99	652.80	1247.79
3	370	481.48	671.34	1152.81
4	417	414.27	699.43	1113.69
5	458	368.72	730.08	1098.81
6	494	335.32	761.17	1096.49
7	526	309.52	791.91	1101.43
8	556	288.82	822.01	1110.84
9	584	271.76	851.35	1123.12
10	610	257.39	879.92	1137.31
11	635	245.07	907.73	1152.79
12	658	234.35	934.81	1169.16
13	681	224.92	961.19	1186.12
14	703	216.55	986.92	1203.47
15	724	209.04	1012.0	1221.08

Tabel 2. Penentuan n^* Dengan Model Persediaan *Vendor* Kedua

n	Q	$TC_b(Q, n)$	$TC_v(Q, n)$	$TC_{total}(Q, n)$
1	194	814.73	995.21	1809.94
2	270	574.51	865.78	1440.29

3	327	468.12	838.68	1306.80
4	373	404.77	840.10	1244.87
5	414	361.59	852.97	1214.56
6	451	329.75	871.22	1200.97
7	484	305.04	892.19	1197.23
8	515	285.15	914.56	1199.71
9	543	268.69	937.63	1206.31
10	570	254.77	960.97	1215.74
11	596	242.81	984.34	1227.16
12	621	232.39	1007.61	1240.00
13	644	223.20	1030.68	1253.88
14	667	215.02	1053.49	1268.51
15	689	207.68	1076.01	1283.69

4. Kesimpulan dan Saran

Pada penelitian ini dibahas sistem *single vendor-single buyer* dimana *vendor* memproduksi produk dengan kapasitas tertentu dan pengiriman ke *buyer* secara diskrit. Pada penelitian terdahulu, banyak digunakan dua model dalam menjelaskan perlakuan dalam penanganan keputusan terkait produksi dan persediaan dalam model persediaan pada *vendor* dengan menjadikan *vendor* sebagai produsen. Pada kedua model persediaan *vendor*, model persediaan *vendor* pertama dan model persediaan *vendor* kedua, hanya dibedakan pada waktu pengiriman awal. Pada penelitian ini dibandingkan kedua model tersebut dari variabel keputusannya (Q^* dan n^*) serta tujuannya yaitu meminimalkan total biaya persediaan total yang merupakan gabungan dari biaya persediaan *vendor* dan *buyer*. Model matematis penentuan ukuran produksi yang optimal yang merupakan turunan pertama dari biaya persediaan total dan algoritma iterative digunakan untuk menentukan nilai masing-masing variabel keputusan.

Contoh numerik diberikan sebagai aplikasi dari model matematis dan algoritma yang digunakan, terdapat perbedaan frekuensi pengiriman dan biaya persediaan total. Sistem *single vendor-single buyer* dengan model persediaan *vendor* pertama lebih kecil biaya persediaan total. Dari hasil perhitungan rata-rata persediaan yang tersimpan pada *vendor* untuk model persediaan *vendor* pertama sebesar

114 unit. Pada model persediaan *vendor* kedua rata-rata persediaan di *vendor* sebesar 142 unit. Biaya persediaan total yang lebih besar dapat dijelaskan lebih lanjut dengan menghitung waktu per siklus dari masing-masing model persediaan *vendor*. Waktu siklus (T) pada model persediaan *vendor* pertama lebih lama tetapi memiliki frekuensi pengiriman yang lebih sedikit dibandingkan dengan model persediaan *vendor* kedua. Frekuensi pengiriman yang lebih sering mengakibatkan rata-rata produk yang tersimpan bagi *vendor* lebih besar yang dapat meningkatkan biaya simpan produk dan biaya pengiriman yang lebih banyak.

Perkembangan kedua model persediaan *vendor* ini terbuka luas untuk beberapa keadaan yang nyata pada dunia industri. Kelebihan dari kedua model yang adaptif melalui penyesuaian asumsi model terhadap keadaan nyata diantaranya yang terkait dengan penerapan sistem JIT dan penyesuaian waktu pengiriman produk ke *buyer*. Selain itu kedua model lebih fleksibel jika dilakukan penggabungan tahapan dalam rantai pasok dengan beberapa model persediaan yang berbeda, seperti yang telah dilakukan pada banyak penelitian. Membandingkan dengan jumlah pengiriman yang berbeda atau jumlah pengiriman disesuaikan dengan kapasitas transportasi menjadi bahan kajian yang menarik sebagai mengembangkan penelitian ini. Sesuai dengan [1], jumlah pengiriman yang tidak sama akan menghasilkan biaya persediaan yang lebih rendah dan mampu menyesuaikan dengan kapasitas transportasi.

5. Daftar Pustaka

- [1] C. H. Glock, E. H. Grosse, and J. M. Ries, "The lot sizing problem: A tertiary study," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 155, no. 2008, pp. 39–51, 2014, doi: 10.1016/j.ijpe.2013.12.009.
- [2] F. W. Harris, "How many parts to make at once," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 155, pp. 8–11, 2014, doi: 10.1016/j.ijpe.2014.07.003.
- [3] E. W. Taft, "The most economical production lot," *Iron Age*, vol. 101, no. 18, pp. 1410–1412, 1918.

- [4] R. J. Tersine, S. Barman, and J. S. Morris, "A composite EOQ model for situational decomposition," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 22, no. 3, pp. 283–295, 1992, doi: 10.1016/0360-8352(92)90006-6.
- [5] H. Tarhini, M. Karam, and M. Y. Jaber, "An integrated single-vendor multi-buyer production inventory model with transshipments between buyers," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 225, p. 107568, 2020, doi: 10.1016/j.ijpe.2019.107568.
- [6] J. T. Hsu and L. F. Hsu, "An integrated vendor-buyer cooperative inventory model for items with imperfect quality and shortage backordering," *Adv. Decis. Sci.*, vol. 2012, 2012, doi: 10.1155/2012/679083.
- [7] S. K. Goyal, "An integrated inventory model for a single supplier-single customer problem," *Int. J. Prod. Res.*, vol. 15, no. 1, pp. 107–111, 1977.
- [8] A. Banerjee, "Economic-lot-size model for purchaser and vendor," *Decis. Sci.*, vol. 17, pp. 292–311, 1986.
- [9] S. K. Goyal, "'a Joint Economic- Lot-Size Model for Purchaser and Vendor': a Comment," *Decis. Sci.*, vol. 19, no. 1, pp. 236–241, 1988, doi: 10.1111/j.1540-5915.1988.tb00264.x.
- [10] L. Lu, "A one-vendor multi-buyer integrated inventory model," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 81, no. 2, pp. 312–323, 1995, doi: 10.1016/0377-2217(93)E0253-T.
- [11] J. Hsu and L. Hsu, "An Integrated Vendor-Buyer Cooperative Inventory Model for Items with Imperfect Quality and Shortage Backordering," vol. 2012, 2012, doi: 10.1155/2012/679083.
- [12] S. J. Sadjadi, S. Zokaee, and N. Dabiri, "A single-vendor single-buyer joint economic lot size model subject to budget constraints," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 70, no. 9–12, pp. 1699–1707, 2014, doi: 10.1007/s00170-013-5382-2.
- [13] A. H. Nabil, A. H. A. Sedigh, and L. E. Cárdenas-Barrón, "A multiproduct single machine economic production quantity (EPQ) inventory model with discrete delivery order, joint production policy and budget constraints," *Ann. Oper. Res.*, vol. 286, no. 1–2, pp. 265–301, 2020, doi: 10.1007/s10479-017-2650-9.
- [14] G. A. Widyadana and H. M. Wee, "A multi-products EPQ model with discrete delivery order: A lagrangean solution approach," *Glob. Perspect. Compet. Enterp. Econ. Ecol. - Proc. 16th ISPE Int. Conf. Concurr. Eng.*, pp. 601–608, 2009.
- [15] S. K. Goyal, C. K. Huang, and K. C. Chen, "A simple integrated production policy of an imperfect item for vendor and buyer," *Prod. Plan. Control*, vol. 14, no. 7, pp. 596–602, 2003, doi: 10.1080/09537280310001626188.
- [16] B. K. Dey, B. Sarkar, and S. Pareek, "A two-echelon supply chain management with setup time and cost reduction, quality improvement and variable production rate," *Mathematics*, vol. 7, no. 4, 2019.
- [17] A. F. Rahmanto and S. S. Dahda, "Integrated Inventory Model for Single Vendor Single Buyer Considering the Level of Product Defects Model Persediaan Terintegrasi untuk Produsen Tunggal Single buyer dengan Mempertimbangkan Tingkat Cacat Hasil Produksi," no. 101, pp. 151–160, 2022.
- [18] M. Ben-Daya and A. Al-Nassar, "An integrated inventory production system in a three-layer supply chain," *Prod. Plan. Control*, vol. 19, no. 2, pp. 97–104, 2008, doi: 10.1080/09537280801895930.
- [19] C. K. Huang, "An optimal policy for a single-vendor single-buyer integrated production-inventory problem with process unreliability consideration," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 91, no. 1, pp. 91–98, 2004, doi: 10.1016/S0925-5273(03)00220-2.

- [20] K. Fu, Z. Chen, and B. R. Sarker, “An optimal decision policy for a single-vendor single-buyer production-inventory system with leaning effect, fuzzy demand and imperfect quality,” *J. Inf. Optim. Sci.*, vol. 40, no. 3, pp. 633–658, 2019, doi: 10.1080/02522667.2018.1427026.
- [21] S. Priyan and R. Uthayakumar, “Mathematical modeling and computational algorithm to solve multi-echelon multi-constraint inventory problem with errors in quality inspection,” *J. Math. Model. Algorithms*, vol. 14, no. 1, pp. 67–89, 2015, doi: 10.1007/s10852-014-9258-8.

